

Г. В. КУЛАК, Г. В. КРОХ, Т. В. НИКОЛАЕНКО  
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

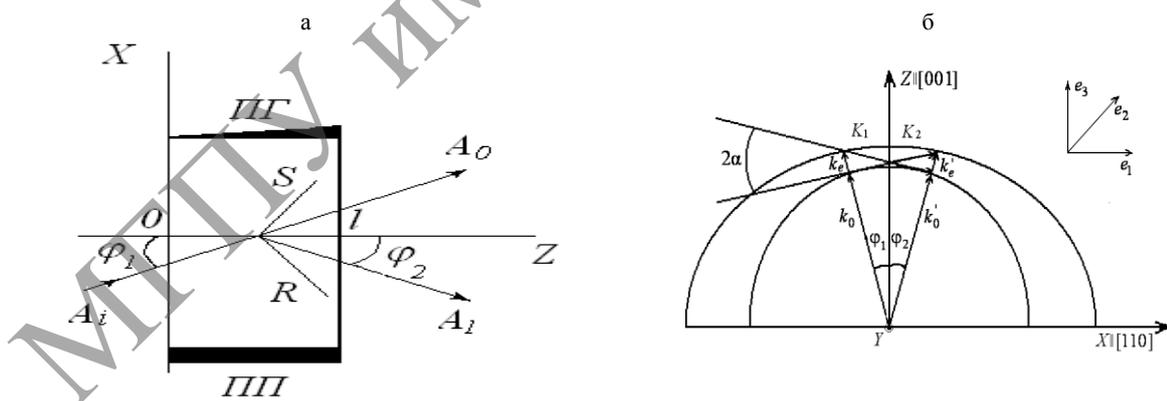
### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БЕССЕЛЬ-СУПЕРГАУССОВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ ПРИ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ В ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Исследованы особенности преобразований формы бessel-супергауссовых световых пучков при брэгговской дифракции на ультразвуковых волнах в одноосных гиротропных кристаллах. Показано, что при дифракции световых пучков, распространяющихся вблизи оптической оси кристалла на медленной сдвиговой ультразвуковой волне в условиях сильного акустооптического взаимодействия дифрагированные световые пучки нулевого порядка имеют форму, существенно отличающуюся от формы падающих пучков; дифрагированные пучки первого порядка испытывают менее существенные изменения формы. Установлено, что эффективность дифракции слабо зависит от ширины супергауссовой составляющей бessel-супергауссового пучка.

Для целей оптимизации акустооптических (АО) устройств (модуляторов, дефлекторов, процессоров) необходимо знать влияние поляризации и амплитудного распределения световых пучков на характеристики дифрагированного света [1]. К настоящему времени хорошо изучена дифракция гауссовых световых пучков на ультразвуке [1–4]. При этом в работах [1, 2] применен спектральный метод для расчета дифрагированных световых пучков, а в [3, 4] метод Римана для расчета дифракции ограниченных световых пучков. В работе [3] исследовано влияние затухания ультразвука на поляризационные и энергетические характеристики световых пучков, в [4] влияние оптической гиротропии. В работе [5] с использованием двумерной теории связанных волн предложено теоретическое обоснование особенностей пространственно – углового преобразования ограниченных гауссовых световых пучков на частотно – модулированных акустических сигналах. Показано [6], что в кристаллах парателлурита возможна поляризационно-независимая модуляция бesselовых световых пучков, то есть эффективность брэгговской дифракции не зависит от состояния поляризации падающего пучка. На практике формируют приближенно бesselевы пучки, ограничивая их диаметр [7]. Квазибездифракционные световые пучки находят широкое применение в области нелинейной кристаллоптики (см. [8]). К настоящему времени с использованием БСП реализовано большинство известных нелинейно-оптических взаимодействий, ранее изученных для пучков гауссова типа (самовоздействие, генерация гармоник, параметрическое преобразование частоты и др.).

В настоящей работе с использованием двумерной теории связанных волн рассмотрена брэгговская АО дифракция бessel-супергауссовых световых пучков (БСП), распространяющихся вблизи оптической оси одноосного гиротропного кристалла, на бегущей ультразвуковой (УЗ) волне. Предложено теоретическое обоснование преобразования формы БСП, дифрагированных на ультразвуке.

Предположим, что область, занятая ультразвуком, занимает пространство между плоскостями  $z=0$  и  $z=l$ . Световой пучок с некоторым распределением амплитуды распространяется в плоскости XZ под углом  $\varphi_1$  к фронту УЗ волны и дифрагирует под углом  $\varphi_2$ . Геометрия АО взаимодействия и схема расположения волновых векторов света ( $k_{o,e}$ ,  $k'_{o,e}$ ) и ультразвука ( $K_{1,2}$ ) представлена на рисунке 1.



(ПП – пьезопреобразователь, ПГ – поглотитель) (а); схема расположения преломленной и дифрагированной плосковолновых компонент БСП в плоскости дифракции кристалла  $\text{TeO}_2$  ( $K_{1,2}$  – волновые векторы ультразвука,  $k_{o,e}$ ,

$k'_{o,e}$  – волновые векторы преломленной и дифрагированной волн,

$2\alpha$  – угол между акустическими векторами  $K_1$  и  $K_2$ ) (б)

Рисунок 1 – Геометрия анизотропной акустооптической дифракции ограниченных световых пучков

Плоская УЗ волна имеет вектор смещения вида [1]:

$$U = U_0 \exp[i(Kx - \Omega t)], \quad (1)$$

где  $\Omega = 2\pi f$  – центральная частота УЗ источника;  
 $U_0$  – амплитуда УЗ волны;

$K = \Omega / v$ , ( $v$  – фазовая скорость УЗ волны).

УЗ волна создает периодическое в пространстве и времени изменение тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta \varepsilon_{ij}$ , связанное с тензором упругих деформаций  $U_{ik} = (\nabla_k U_i + \nabla_i U_k) / 2$  и тензором фотоупругих постоянных  $P_{ijkl}$ .

Из уравнений Максвелла и материальных уравнений следует волновое уравнение для напряженности светового поля в области, занятой ультразвуком [1, 3]. Решение волнового уравнения ищем в виде суммы двух связанных волн с медленно изменяющимися амплитудами:

$$E = e_{\tau 0} A_0(x, z) e^{i[k_0 r - \omega t]} + e_{\tau 1} A_1(x, z) e^{i[k_1 r - \omega_1 t]}, \quad (2)$$

где  $e_{\tau 0,1}$  – единичные векторы эллиптической поляризации дифрагированных волн;

$\Omega_1 = \omega \pm \Omega$ , где  $\Omega$  – частота световой волны;

$k_{0x} = (\omega / c) n_0 \sin \varphi_1$ ,  $k_{0z} = (\omega / c) n_0 \cos \varphi_1$ ,  $k_{1x} = [(\omega \pm \Omega) / \tilde{n}] n_1 \sin \varphi_2$ ,

$k_{1z} = [(\omega \pm \Omega) / c] n_1 \cos \varphi_2$  – волновые векторы падающей и дифрагированной волны;

$c$  – скорость света в вакууме;

$n_0 = \sqrt{\varepsilon_{ij} \tilde{k}_{0i} \tilde{k}_{0j}}$ ,  $n_1 = \sqrt{\varepsilon_{ij} \tilde{k}_{1i} \tilde{k}_{1j}}$ , где  $\tilde{k}_0$  ( $\tilde{k}_1$ ) – единичные векторы в направлении распространения дифрагированной волны нулевого (первого) порядка.

Подставив выражение (2) в волновое уравнение для напряженности светового поля  $E$  получим систему уравнений связанных волн:

$$\frac{\partial A_0}{\partial s} + i\gamma_0 A_1 = 0, \quad \frac{\partial A_1}{\partial r} + i\gamma_1 A_0 = 0, \quad (3)$$

где коэффициенты связи мод выражаются через свертки тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta \varepsilon_{ij}$  с векторами

поляризации  $\gamma_{0,1} = k(e_{\tau 0,1}^* \Delta \hat{\varepsilon}^* e_{\tau 1,0}) / 4 \sqrt{n_o n_e \cos(\alpha - \varphi_1) \cos(\alpha + \varphi_2)}$ , причем  $k = 2\pi / \lambda_0$  (знак «\*» означает комплексное сопряжение,  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме);  $s = z \sin \varphi_2 - x \cos \varphi_2$ ,  $r = z \sin \varphi_1 + x \cos \varphi_1$ ;

$n_o$  ( $n_e$ ) – обыкновенный (необыкновенный) показатели преломления кристалла.

При таком подходе из-за малой длины АО взаимодействия не учитывается изменение фазового волнового фронта светового пучка.

Предполагается, что падающий световой пучок имеет бessel-супергауссово амплитудное распределение [7]:  $A(r) = A_{0n} \exp[-(r^{2n} / 2w^{2n})] J_0(k\gamma r)$ , где  $J_0(x)$  – функции Бесселя первого рода, нулевого порядка,  $\gamma$  – параметр конусности светового пучка,  $w$  – полуширина супергауссовой составляющей пучка,  $n$  – параметр супергауссовости.

Постоянная амплитуда  $A_{0n}$  находится из условия нормировки:  $A_{0n} = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-r^{2n} / w^{2n}) J_0^2(k\gamma r) dr \right]^{-1/2}$ .

Если искать решение системы уравнений (3) методом Римана [3–5] с использованием граничных условий:  $A_0(z=0) = A$ ,  $A_1(z=0) = 0$ , то общее решение для дифрагированных волн нулевого  $A_0(r)$  и первого  $A_1(s)$  порядка можно представить в виде:

$$A_0(r) = A(r) - 0,5v \int_{-1}^{+1} A[r - l(1 - \xi) \sin \varphi_1] \frac{J_1[v\sqrt{1 - \xi^2}]}{\sqrt{1 - \xi^2}} d\xi, \quad (4)$$

$$A_1(s) = i0,5 \int_{-1}^{+1} A[l(1 - \xi) \sin \varphi_2 - s] J_0[v\sqrt{1 - \xi^2}] d\xi, \quad (5)$$

где  $v$  – коэффициент АО модуляции на монохроматической УЗ волне частотой  $\Omega$ ,

$l$  – длина АО взаимодействия,

$J_1(x)$  – функции Бесселя первого рода, первого порядка.

Величина  $v$  определяется сверткой тензора приращений диэлектрической проницаемости  $\Delta\varepsilon_{ij}$  с единичными векторами эллиптической поляризации  $e_{\tau_0,1} = (e_{p,2} + i\tau_{o,e}e_{2,p}) / \sqrt{1 + \tau_{o,e}^2}$  ( $e_p$  – единичный вектор, перпендикулярный направлению распространения дифрагированной волны и лежащий в плоскости дифракции;  $e_2$  – единичный вектор, перпендикулярный плоскости дифракции;  $\tau_{o,e}$  – эллиптичности дифрагированных волн), то есть  $v \sim (e_{\tau_0}^* \Delta \hat{\varepsilon} e_{\tau_1})$  [6].

Расчеты проводились для анизотропной АО дифракции световых волн, распространяющихся вблизи оптической оси кристалла парателлуриата ( $TeO_2$ ), обладающего гиротропией, на медленной сдвиговой УЗ волне, распространяющейся вдоль оси [110] и поляризованной вдоль оси  $[\bar{1}10]$ . В результате выполнения свертки тензора  $\Delta \hat{\varepsilon}$  с вектором поляризации получаем коэффициент АО модуляции световой волны

$$v_{oe} = \Delta \{ [\tau_o \tau_e \cos(\alpha - \varphi_2) - \cos(\alpha - \varphi_1)] \Delta_1 + [\sin(\alpha + \varphi_1) - \tau_o \tau_e \sin(\alpha - \varphi_2)] \Delta_2 \}. \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \tau_{oe} &= [(1 + \tau_o^2)(1 + \tau_e^2)]^{1/2}, \\ \Delta_1 &= [n_e^4(p_{11} - p_{12}) + n_o^2 n_e^2 p_{44} \sin(2\alpha) / 8] / \tau_{oe}, \\ \Delta_2 &= [n_e^4 \sin(2\alpha)(p_{12} - p_{11}) + n_o^2 n_e^2 p_{44} / 2] / \tau_{oe}, \\ \Delta &= \pi U_{12} l / \{ 2\lambda_0 [n_o n_e \cos(\alpha - \varphi_1) \cos(\alpha + \varphi_2)]^{1/2} \}, \end{aligned}$$

причем  $U_{12} = [2I_a / \rho v^3]^{1/2}$  ( $I_a$  – интенсивность УЗ волны,  $v$  – фазовая скорость УЗ волны,  $\rho$  – плотность кристалла;  $p_{11}, p_{12}, p_{44}$  – фотоупругие постоянные). В случае  $e$ - $o$  преобразования световых пучков в формулах (4)–(6) следует выполнить замену:  $\alpha \rightarrow -\alpha, o \leftrightarrow e$ .

Разлагая, выражения (4), (5) в степенной ряд (до первой степени) по малым геометрическим параметрам:

$g_1 = l \sin(\varphi_{1,2}) / w$  [9],  $g_2 = k \gamma l \sin \varphi_{1,2}$  ( $\varphi_1 \approx \varphi_2$ ), получим:

$$A_0(r') = A(r') \cos(v) - 0,5 A_{0n} \mathcal{V}_1 [n g_1 r'^{2n-1} \exp(-0,5 r'^{2n}) J_0(r'') + g_2 J_1(r'') \exp(-0,5 r'^{2n})] + 0,5 A_{0n} \mathcal{V}_3 [n g_1 r'^{2n-1} \exp(-0,5 r'^{2n}) J_0(r'') - 0,5 A_{0n} v g_2 J_1(r'') \exp(-0,5 r'^{2n})] \quad (7)$$

$$A_1(s') = A(s') \sin(v) + 0,5 A_{0n} \mathcal{V}_2 [n g_1 s'^{2n-1} \exp(-0,5 s'^{2n}) J_0(s'') + g_2 J_1(s'') \exp(-0,5 s'^{2n})] - 0,5 A_{0n} \mathcal{V}_4 [n g_1 s'^{2n-1} \exp(-0,5 s'^{2n}) J_0(s'') + 0,5 A_{0n} v g_2 J_1(s'') \exp(-0,5 s'^{2n})] \quad (8)$$

где  $r'' = r/w, s'' = s/w, r''' = k \gamma r, s''' = k \gamma s, I_1 = (4/v) \sin^2(v/2), I_2 = \sin(v)/v, I_3 = 2[J_0(v) - 1]/v, I_4 = -2J_1(v)/v$ .

С учетом выражений (7), (8) интенсивности супергауссовых дифрагированных световых пучков равны ( $g_2=0, \gamma=0$ ):

$$I_{n0} = \int_{-\infty}^{+\infty} |A_0(r)|^2 dr = \cos^2 v - n v g_1 A_{0n} \cos v \int_{-\infty}^{+\infty} r'^{2n-1} \exp(-r'^{2n}/2) dr, \quad (9)$$

$$I_{n1} = \int_{-\infty}^{+\infty} |A_1(s)|^2 ds = \sin^2 v + n v g_1 A_{0n} \sin v \int_{-\infty}^{+\infty} s'^{2n-1} \exp(-s'^{2n}/2) ds. \quad (10)$$

Для гауссовых световых пучков ( $n=1$ ):  $I_{n0} = \cos^2 v, I_{n1} = \sin^2 v$ .

Интенсивности бesselевых дифрагированных световых пучков радиусом  $R_n$  даются соотношениями ( $g_1=0, w \rightarrow \infty$ ):

$$I_{n0} = \int_0^{R_n} |A_0(r)|^2 dr = \cos^2 v - g_2 A_{0n} [1 - J_0^2(R_n)] [1 - J_0(v) + \sin^2(v/2)], \quad (11)$$

$$I_{n1} = \int_0^{R_n} |A_1(s)|^2 ds = \sin^2 v - g_2 A_{0n} [1 - J_0^2(R_n)] [J_1(v) + 0,5 \sin v]. \quad (12)$$

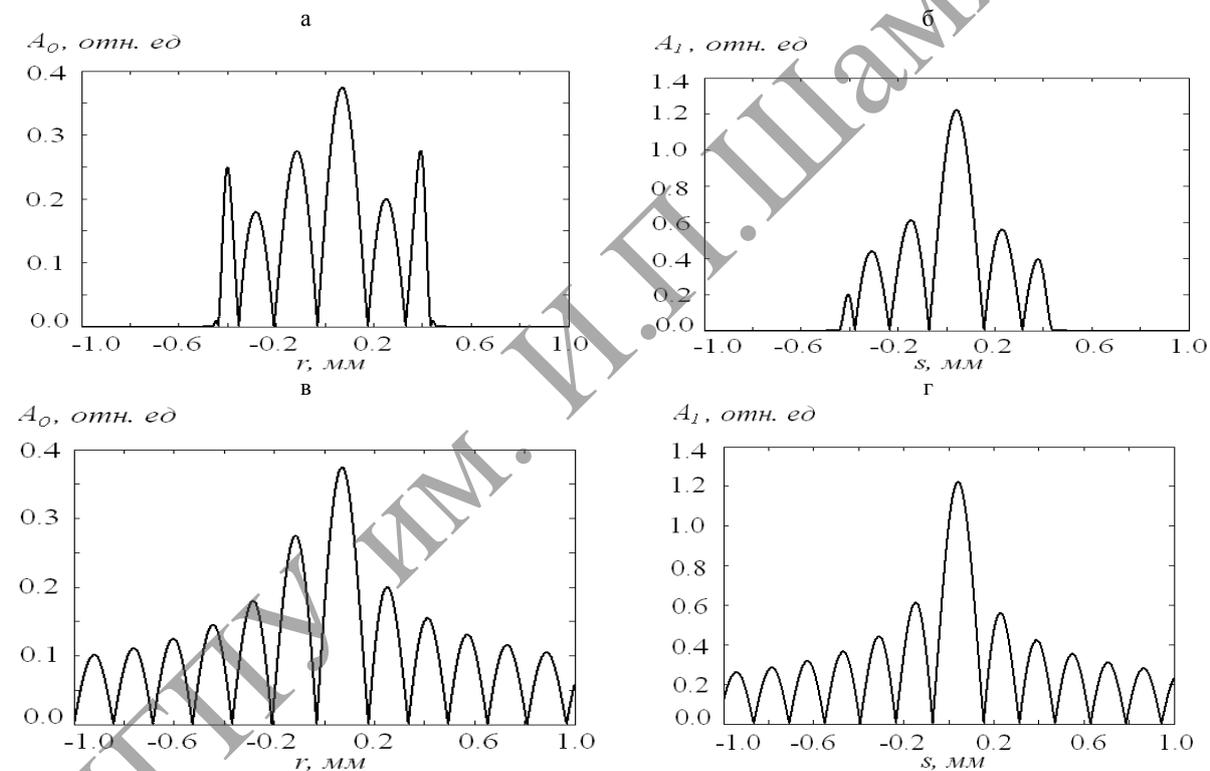
Эффективности  $o-e$  ( $e-o$ ) преобразования собственных эллиптически поляризованных БСГП, находим из соотношений:

$$\eta_{oe(eo)} = \frac{I_{n1}(v_{oe(eo)})}{I_{n0}(v_{oe(eo)}) + I_{n1}(v_{oe(eo)})}. \quad (13)$$

Из выражений (7), (8) следует, что при АО дифракции имеет место изменение формы БСГП при увеличении параметра конусности бesselевой составляющей пучка, ширины супергауссовой составляющей пучка, интенсивности ультразвука, а также геометрических параметров пучков  $g_1$  и  $g_2$ . Как следует из выражений (9)–(13) при учете геометрических параметров дифрагированных бesselевых и супергауссовых пучков имеет место изменение модуляционных зависимостей дифрагированных пучков по сравнению с плосковолновым приближением [1]. Для гауссовых световых пучков при учете лишь первого приближения по малому параметру  $g_1$  форма модуляционной зависимости совпадает с имеющей место в плосковолновом приближении.

Численные расчеты на основании выражений (7), (8), (13) проводились для АО дифракции БСГП с длиной волны  $\lambda_0 = 0,63$  мкм, распространяющихся вблизи оптической оси кристалла  $TeO_2$ , на медленной сдвиговой УЗ волне с фазовой скоростью  $v = 617$  м/с.

На рисунке 2 представлена зависимость амплитуды дифрагированного светового пучка нулевого ( $A_0$ ) и первого ( $A_1$ ) порядка от поперечной координаты  $r$  и  $s$  соответственно.

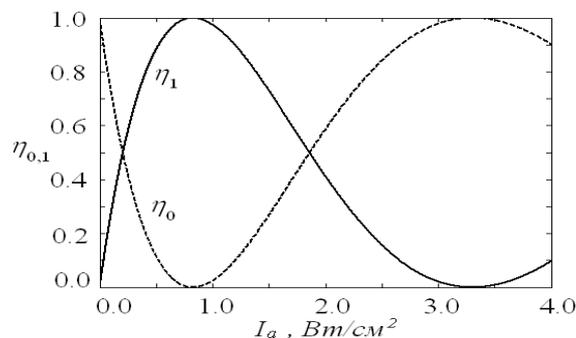


**Рисунок 2 – Поперечное распределение амплитуды дифрагированного светового пучка нулевого  $A_0$  и первого  $A_1$  порядка для падающего БСГП с  $w=0,2$  мм (а, б) и  $w=2$  мм (в, г) ( $n=10, l=5$  мм,  $n_o = 2,21; n_e = 2,35; \gamma=2$  мрад,  $\alpha = 8^\circ, f = 30$  МГц,  $p_{11} = 0,0074; p_{12}=0,187; p_{44}=-0,17; \rho = 5,72$  кг/см<sup>3</sup>,  $I_a=1$  Вт/см<sup>2</sup>)**

Из рисунков 2 а, б следует, что для падающего БСГП, имеющего малую ширину  $w$ , дифрагированный пучок нулевого порядка существенно искажается. При этом несимметричная форма пучка обусловлена дифракционным процессом, когда боковые максимумы падающего БСГП достигают значительных интенсивностей. В этом случае при достаточно высокой интенсивности ультразвука достигается преобразование энергии света в дифракционный первый порядок (и наоборот); дифрагированный пучок первого порядка испытывает преобразование, при котором боковые максимумы падающего пучка увеличиваются по сравнению с центральным максимумом. С увеличением ширины гауссовой составляющей ( $w$ ) БСГП дифрагированные пучки испытывают менее существенные преобразования формы. Следует отметить, что дифрагированные пучки первого порядка претерпевают менее значительные амплитудные преобразования, чем нулевого. Расчеты показывают, что для

супергауссовых падающих световых пучков ( $\gamma \rightarrow 0$ ) дифрагированные световые пучки нулевого и первого порядка имеют супергауссов профиль. Преобразование формы БСПП на границе области АО взаимодействия может также трактоваться как эффект Гуса-Хэнхена продольного смещения световых пучков вдоль выходной грани области АО взаимодействия [3, 9].

Зависимость эффективности дифракции  $\eta$  от интенсивности ультразвука для нулевого и первого дифракционного порядка представлена на рисунке 3.



**Рисунок 3 – Зависимость эффективности дифракции  $\eta_{0,1}$  падающего бessel-супергауссового светового пучка с  $w=0,2+2$  мм от интенсивности ультразвука  $I_a$  для нулевого ( $\eta_0$ ) и первого ( $\eta_1$ ) порядка дифракции ( $n=10$ ,  $l=5$  мм,  $n_0 = 2,21$ ;  $n_e = 2,35$ ;  $\gamma=2$  мрад,  $\alpha = 8^\circ$ ,  $f = 30$  МГц,  $p_{11}=0,0074$ ;  $p_{12}=0,187$ ;  $p_{44}=-0,17$ ;  $\rho = 5,72$  кг/см<sup>3</sup>)**

Из рисунка следует, что при изменении ширины гауссовой составляющей БСПП эффективность дифракции в нулевом и первом дифракционном порядке практически не изменяется и достигает максимального значения. Данная особенность дифракции объясняется тем, что каждая плосковолновая компонента, принадлежащая квазиконическому спектру падающего БСПП, рассеивается в соответствующую компоненту дифрагированного БСПП с эффективностью, близкой к ста процентам.

Таким образом, в работе развита двумерная теория дифракции БСПП на ультразвуке. Полученные результаты показывают, что в гиротропных кристаллах параллелюрита при дифракции БСПП имеет место преобразование их формы. Варьирование параметров, характеризующих АО взаимодействие позволяет добиваться условий оптимальной формы дифрагированных пучков при различных применениях. Такие АО устройства перспективны для применений в лазерных технологиях (в частности для лазерной резки и сварки), для зондирования поглощающих и рассеивающих сред на большую глубину, лазерной локации, микроскопии высокого разрешения и других областях, а также для решения проблем лазерной диагностики и контроля в промышленности, микро- и нанотехнологиях [6–8].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Балакший, В.Н. Физические основы акустооптики / В.Н. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков. – М.: Радио и связь, 1985. – 279 с.
2. Балакший, В.Н. Акустооптическое взаимодействие ограниченных волновых пучков / В.Н. Балакший, Ч.А. Упасен // Вестник МГУ. Сер. физ.-мат. наук. – 1982. – Т. 23, вып. 5. – С. 71–76.
3. Белый, В.Н. Дифракция световых пучков на затухающих ультразвуковых волнах в оптически изотропных средах / В.Н. Белый, И.Г. Войтенко, Г.В. Кулак Г.В // ЖПС. – 1992. – Т. 56, вып. 5–6. – С. 831–836.
4. Шарангович, С.Н. Дифракция световых пучков на ультразвуке в гиротропных кубических кристаллах / С.Н. Шарангович // Автометрия. – 1994. – № 1. – С. 31–39.
5. Анисимова, А.Е. Преобразование световых пучков при брэгговской дифракции на частотно-модулированной ультразвуковой волне / А.Е. Анисимова, Г.В. Кулак, П.И. Ропот // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2012. – № 2. – С. 93–96.
6. Поляризационно-независимая акустооптическая модуляция бesselевых световых пучков / В.Н. Белый, Г.В. Кулак, Г.В. Крох, О.В. Шакин // Журн. прикл. спектр. – 2014. – Т. 81, № 1. – С. 75–80.
7. Zhi-Ping Jiang Supper-Gaussian-Bessel beam / Zhi-Ping Jiang // Opt. Commun. – 1996. – Vol. 125. – P. 207–210.
8. Генерация второй гармоники бesselевыми световыми пучками в кристаллах КТП / В.Н. Белый, Н.С. Казак, Н.В. Кондратюк, Н.А. Хило, А.А. Шагов // Квант. электрон. – 1998. – Т. 25, № 11. – С. 1037–1042.
9. Moharam, M.G. Bragg diffraction of finite beams by thick grating / M.G. Moharam, T.K. Goylord, R. Magnusson // J. Opt. Soc. Am. – 1980. – Vol. 70, № 3. – P. 300–304.