Н. Н. ЕГОРОВ
УО МГПУ им. И. П. Шамякина (Мозырь, Беларусь)

ПОЛУЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ПОЛИНОМА МАТРИЦЫ

Многие задачи моделирования сводятся к нахождению собственных значений и собственных векторов соответствующих матриц [1]. Поэтому разработано достаточно много разнообразных методов получения коэффициентов характеристического многочлена [2]. Во всех современных пакетах символьной математики имеются встроенные функции решения данной задачи [3-6].

Однако с методической точки зрения начинать усвоение этих методов целесообразно начинать с более элементарных подходов: например электронных таблиц [7] или пошагового решения в системах компьютерной математики. Рассмотрим один из методов получения коэффициентов характеристического многочлена квадратной матрицы – метод Данилевского [8]. Классическая схема, реализуемая в пошаговом варианте, требует n-1 раз (n – размерность матрицы) повторить следующую процедуру:

1. создать матрицу C с последним столбцом исходной матрицы, единицами под главной диагональю и остальными нулевыми элементами;
2. получить обратную матрицу C^{-1};
3. найти новую матрицу $C^{-1}AC$;
4. перейти к пункту 1.

Для реализации алгоритма в MSExcel необходимы встроенные функции МОБР(), МУМНОЖ().

Рассмотрим более подробно реализацию данной задачи в системеMathCad. Пусть задана матрица А.

$$A := \begin{pmatrix} -0.755 & 0.392 & 0.562 & 3.599 \\ 6.968 & -3.273 & 4.121 & 2.521 \\ -1.374 & 2.456 & -1.507 & 7.163 \\ -0.359 & 6.148 & 2.542 & 0.783 \end{pmatrix}$$

Функции cols(A) и rows(A) определяют количество строк и столбцов матрицы А. Повторяя необходимое число раз процедуру, представленную на рисунке 1а, получим коэффициенты векового уравнения (рис. 1б). На рисунках 1 матрицы В1 вынесены для возможности пошагового анализа получаемых результатов. Аналогично вектор-столбец В на рисунке 1б дублирует коэффициенты последнего столбца полученной матрицы В1.

После осмысления алгоритма Данилевского можно рассмотреть программную реализацию процедуры, один из вариантов которой представлен на рисунке 2. В схеме введена проверка матрицы на «квадратность» в виде процедуры if.

$$B := \mathrm{submatrix}(A, 0, n-1, m-1, m-1)$$

$$E := \mathrm{identity}(m-1)$$

$$f(i, j) := 0$$

$$F := \mathrm{matrix}(1, m-1, f)$$

$$C := \mathrm{augment}(\mathrm{stack}(F, E), B)$$

$$B1 := C^{-1} \cdot A \cdot C$$

$$B1 = \begin{pmatrix} -3.548 & 3.727 & 0 & 44.737 \\ 1.676 & -2.626 & 0 & -14.119 \\ 6.063 & 2.42 & 0 & 31.916 \\ 0.109 & 0.156 & 1 & 1.421 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1а)

$$
B1 = \begin{pmatrix} -3.301\times 10^{-15} & 2.059\times 10^{-14} & -1.36\times 10^{-14} & 551.18 \\ 1 & 1.935\times 10^{-15} & 0 & 449.388 \\ 0 & 1 & 0 & 40.288 \\ 0 & 0 & 1 & -4.752 \end{pmatrix}
$$

$$
B := \mathrm{submatrix}(B1, 0, n-1, m-1, m-1) \qquad B = \begin{pmatrix} 551.18 \\ 449.388 \\ 40.288 \\ -4.752 \end{pmatrix}
$$

Рисунок 1б)

$$
V(A, f) := \left|
\begin{array}{l}
m \leftarrow \mathrm{cols}(A) \\
n \leftarrow \mathrm{rows}(A) \\
B1 \leftarrow A \\
\text{if } m = n \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
\text{for } i \in 0..n-2 \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
B \leftarrow \mathrm{submatrix}(B1, 0, n-1, m-1, m-1) \\
E \leftarrow \mathrm{identity}(m-1) \\
F \leftarrow \mathrm{matrix}(1, m-1, f) \\
C \leftarrow \mathrm{augment}(\mathrm{stack}(F, E), B) \\
B1 \leftarrow C^{-1} \cdot B1 \cdot C
\end{array}
\right. \\
V \leftarrow \mathrm{submatrix}(B1, 0, n-1, m-1, m-1)
\end{array}
\right.
\end{array}
\right|
$$

Рисунок 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Поршнев С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. М.: горячая линия Телеком, 2003. - 592 с.
2. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1963. - 734 с.
3. Мартынов Н.Н., Иванов А.П. MATLAB 5.x. Вычисления, визуализация, программирование – М.:КУДИЦ-ОБРАЗ, 2000. - 336 с.
4. Кирьянов Д. В. Самоучитель Mathcad И. - СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 560 с.
5. Дьяконов В. Maple 7: учебный курс. – СПб.: Питер, 2002. – 672 с
6. Воробьев Е.М. Введение в систему "МАТЕМАТИКА" – М: Финансы и статистика, 1998. – 262 с.
7. Егоров Н.Н. Моделирование явления теплопроводности в электронных таблицах MSExcel // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам. Материалы научно-практической интернет-конференции (26-29 марта 2013 года) – Мозырь: УО МГПУ, 2013. - С.20-22
8. Срочко В.А. Численные методы: курс лекций – Иркутск: Иркутский университет, 2003. – 168 с.