

О. В. ВЕКО

МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

О ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЕ ВОЗМОЖНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ДИРАКА И МАЙОРАНЫ: ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА КВАДРИРОВАНИЯ ДЛЯ СПИНОРНЫХ ПОЛЕЙ

В связи с эффектом Казимира для спинорного поля в области, ограниченной двумя плоскостями, специальный интерес представляют решения уравнения Дирака, отвечающие исчезающему току J^z на границах области. Этого удается достигать при рассмотрении 4-мерного пространства состояний $\{\Psi_4\}$ с базисом из четырех плоских волн: с импульсами

$$\vec{k} = (k_1, k_2, k_3), (k_1, k_2, -k_3)$$

и с двумя возможными состояниями спиральности каждая. Показывается, что применение метода квадрирования к скалярным решениям $\Phi = e^{-i\epsilon t} e^{ik_1 x} e^{ik_2 y} \sin(kz + \alpha)$ приводит к четырем линейно независимым решениям уравнения Дирака, причем эти пространства состояний оказываются эквивалентными пространству состояний $\{\Psi_4\}$; найдено соответствующее линейное преобразование, связывающее два разных 4-мерных базиса. Изменения фазы α генерируют только изменение базиса в прежнем пространстве.

Исследована зависимость строящихся методом квадрирования решений от выбора явного вида матриц Дирака. В частности, исследованы особенности применения метода квадрирования в представлении Майораны. Показано, что строящиеся из функций

$$\cos(\epsilon t - \vec{k}\vec{x}) \text{ и } -i \sin(\epsilon t - \vec{k}\vec{x})$$

две четверки вещественных и мнимых 4-спиноров определяют соответственно вещественное и чисто мнимое 4-мерные пространства спиноров, причем они не связываются линейным преобразованием. Последнее обстоятельство связано с тем, что они строятся как вещественные и мнимые части 4-мерного комплексного пространства $\{\Psi_4\}$.

Также в явном виде построены майорановские ограничения из обычных плоских волн Дирака, различающихся состояниями поляризации. Возникающие вещественное и чисто мнимые пространства состояний являются 2-мерными, именно их базисные состояния заменяют понятия плоских волн дираковских частиц с различной поляризацией.

Сформулировано общее условия зануления тока J^z для дираковского поля на границах такой области. Задача сведена к однородной системе четырех линейных уравнений относительно комплексных коэффициентов линейной суперпозиции базисных волновых функций, коэффициенты системы зависят от квантовых чисел состояния с фиксированной энергией и четырех нефиксированных фазовых множителей. Условие разрешимости однородной системы: равенство нулю ее определителя имеет вид алгебраического уравнения 4-й степени относительно переменной $x = e^{2ik_3 a}$, где a – половина расстояния между плоскостями. Каждый возможный при сформулированных условиях корень уравнения 4-й степени, лежащий на окружности единичного радиуса, будет давать некоторое правило квантования для третьей проекции импульса k_3 . Явный вид уравнения четвертой степени не зависит от выбора базиса для матриц Дирака.