В. С. САВЕНКО, Е. Н. КОНОФАЛЬСКАЯ, А. М. БУРЯК
УО МГПУ им. И. П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

К РАСЧЕТУ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПЛОТНОСТИ ТОКА ПОНДЕРОМОТОРНЫХ ФАКТОРОВ

Импульсный ток в деформируемом выше предела текучести металле вызывает пондеромоторное действие, обусловленное периодическим сжатием образцов в радиальном направлении собственным магнитным полем тока и возбуждением в образцах упругих колебаний с частотой следования импульсов. Под влиянием собственного магнитного поля тока, которое кольцевыми линиями охватывает образец, возникает поляризация электронной подсистемы металла и, как следствие, появление поперечного электрического поля [1–2].

Пусть $H_m(x,t)$ – собственное магнитное поле в образце. Рассмотрим уравнение вида:

$$H_m(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x,x',t) f(x')\,dx', \tag{1}$$

где $G(x,x',t) = (4\pi Dt)^{-1/2} exp\left[\frac{(x'-x)^2}{4Dt}\right]$.

$$H_m(x,t) = (4\pi Dt)^{-\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} \left\{ f(x')\, exp\left[-\frac{(x'-x)^2}{4Dt}\right] + f(-x')\, exp\left[-\frac{(x'+x)^2}{4Dt}\right] \right\} dx'. \tag{2}$$

Удовлетворяя граничному условию, будем иметь:

$$H_m(0,t) = (4\pi Dt)^{-\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} exp\left[-\frac{x'^2}{4Dt}\right] \cdot \{f(x') - f(-x')\} dx'. \tag{3}$$

Условие будет выполнено, если $f(-x') = -f(x')$ $(0 \le x' \le \infty)$.

Подставим (3), с учетом условия, в (2) и получим:

$$H_m(x,t) = (4\pi Dt)^{-\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} f(x') \left\{ exp\left[-\frac{(x'-x)^2}{4Dt}\right] - exp\left[-\frac{(x'+x)^2}{4Dt}\right] \right\} dx'. \tag{4}$$

Подставим (3) в (4) и получим:

$$H_m(x,t) = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_0^{\infty} \left\{ exp\left[-\frac{(x'-x)^2}{4Dt}\right] - exp\left[-\frac{(x'+x)^2}{4Dt}\right] \right\} dx'. \tag{5}$$

Разобьем интеграл на два слагаемых и введем новые переменные интегрирования:

$$\alpha = \frac{x'-x}{\sqrt{4Dt}}, \beta = \frac{x'+x}{\sqrt{4Dt}}, \tag{6}$$

получим

$$H_m(x,t) = \frac{H_0}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{-\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt}}}^{\infty} e^{-\alpha^2} d\alpha - \int_{-\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt}}}^{\infty} e^{-\beta^2} d\beta \right] =$$

$$= \frac{H_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt}}}^{\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt}}} e^{-\alpha^2} d\alpha = \frac{2H_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt}}} e^{-\alpha^2},$$

или

$$H_m(x,t) = H_0 \theta\left(\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt}}\right), \tag{7}$$

где $\theta(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\alpha^2} d\alpha$

Тогда (7) – вещественное магнитное поле в образце.

Где $\vec{H}$ – напряженность собственного магнитного поля, r – сечение образца, в котором определяется напряженность поля.

Выделим элементарный участок $d\vec{l}$, и так как для всех элементарных участков импульсный ток имеет одно значение, то полная напряженность магнитного поля $\vec{H}$ равна

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} I \int \frac{sin\alpha}{r^2} d\vec{l}. \tag{8}$$

Из (8) следует

$$\frac{d\vec{l}}{r^2} = \frac{d\vec{\alpha}}{rsin\alpha}, \tag{9}$$

но учитывая $rsina \ = \ R$

$$\frac{d\vec{l}}{r^2} = \frac{d\vec{\alpha}}{R}. \tag{10}$$

Подставляя в (10) формулу (9) и переходя к интегрированию по углу α в пределах от α_1 до α_2:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{sin\alpha}{R}d\vec{\alpha} = \frac{1}{4\pi R}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} sin\alpha \cdot d\vec{\alpha} = -\frac{1}{4\pi R}(cos\alpha_2 - cos\alpha_1), \tag{11}$$

что в итоге

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi R}(cos\alpha_1 - cos\alpha_2). \tag{12}$$

Электромагнитное поле для неподвижных тел описывается системой уравнений Максвелла, законом Ома и уравнениями связи, а ток изменяется по гармоническому закону, с учетом $i = \int \vec{J} d\vec{S}$, H также изменяется гармонически [3]:

$$H = \int dH_r. \tag{13}$$

Согласно (13),

$$H_r = dHcos\theta = \frac{R}{r}dH. \tag{14}$$

Используя закон Био-Савара-Лапласа, получим:

$$dH = \frac{Idlsin\alpha}{4\pi r^2}, \tag{15}$$

можем переписать

$$dH_r = \frac{IRdl}{4\pi r^3}. \tag{16}$$

Подставляя последнее выражение в формулу (15):

$$\overrightarrow{H_0} = \frac{IR}{4\pi r^3}\int d\vec{l} = \frac{IR}{4\pi r^3}d\vec{l}\,. \tag{17}$$

Подставляя (17) в (7), мы получим значение напряженности магнитного поля в образце:

$$\vec{H} = \frac{IRdl}{4\pi\ {}^3}\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-\alpha^2}d\vec{\alpha}\left(\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt}}\right). \tag{18}$$

Рассчитаем плотность тока $\vec{J}$ в образце. В данном случае импульсный ток в образце имеет только одну направляющую *Ax(y,z), Iy = 0, Iz = 0.* Тогда можно использовать решения для потенциала собственного магнитного поля в трех областях [4]. Для верхней:

$$\overrightarrow{A_1} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(e^{-\lambda|z-h|} + \overrightarrow{J_1}e^{-\lambda|z+h|}\right)\frac{e^{2j\lambda y}}{\lambda}d\lambda. \tag{19}$$

Для второй области:

$$\overrightarrow{A_2} = \frac{\mu_0\mu_2 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}(e^{q_2 z} + \overrightarrow{J_2}e^{-q_2 z})\frac{e^{\lambda(2jy-h)}}{\lambda}d\lambda. \tag{20}$$

Для нижней:

$$\overrightarrow{A_3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overrightarrow{J_3}\frac{e^{\lambda(2jy+z-h)}}{\lambda}d\lambda. \tag{21}$$

Решение уравнений (19)–(21) возможно с учетом:

$$k^2 = -J\sigma\omega\mu\mu_0;\ q^2 = \lambda^2 - k^2, \tag{22}$$

$$\overrightarrow{J_1} = \frac{(\lambda^2\mu_2^2 - q_2^2)(e^{q_2T} - e^{-q_2T})}{(\lambda\mu_2 + q_2)^2 e^{q_2T} - (\lambda\mu_2 - q_2)^2 e^{-q_2T}}, \tag{23}$$

$$\overrightarrow{J_2} = \frac{2q_2(q_2 - \lambda\mu_2)e^{-q_2T} + 2q_2(q_2 + \lambda\mu_2)e^{q_2T}}{(\lambda\mu_2 + q_2)^2 e^{q_2T} - (\lambda\mu_2 - q_2)^2 e^{-q_2T}}, \tag{24}$$

$$\overrightarrow{J_3} = \frac{4\lambda q_2\mu_2 e^{\lambda T}}{(\lambda\mu_2 + q_2)^2 e^{q_2T} - (\lambda\mu_2 - q_2)^2 e^{-q_2T}}. \tag{25}$$

Плотность токов можно определить через потенциал:

$$\vec{J} = -J\sigma\omega A_2. \tag{26}$$

Как видно из уравнений (19)–(26), основными параметрами, определяющими формирование токов, являются магнитная проницаемость, электрическая проводимость материала образца и частота тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савенко, В. С. Вклад пондеромоторных факторов в реализацию электропластической деформации / В. С. Савенко, О. А. Троицкий, А. Г. Силивонец // Известия НАН РБ. Сер. физ.-техн. наук, 2017. – № 1. – С. 85–91.

2. Savenko, V. S. Electroplastic deformation by twinning metals / V. S. Savenko // Actamechanicaet automatic, 2018. – Vol. 12, № 4. – P. 6–12.

3. Савенко, В. С. Фундаментальные и прикладные исследования электропластической деформации металлов / В. С. Савенко, О. А. Троицкий. – Минск : ИВЦ Минфина, 2013. – 375 с.

4. Savenko, V. S. Electroplastic effect under the simultaneous superposition and magnetic fields / V. S. Savenko // Journal of applied physics, 1999. – № 5. – P 1–4.