А. В. МАКАРЕВИЧ
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДЫ

Классической задачей небесной механики является *задача двух тел*, которая в настоящее время считается аналитически решенной в наиболее общем виде. Однако *задача n тел* ($n > 2$) не является таковой и ее решение может быть получено только с использованием численных методов [1]. Очевидно, что наиболее простой задачей этого типа выступает *задача трех тел*. Однако в литературе при ее рассмотрении зачастую приводятся лишь траектории движения космических объектов, не представляя ни самих уравнений движения, ни их вывода (см., например, [2]). При этом будущим специалистам в области моделирования физических процессов важно понимать методику получения таких уравнений и уметь применять ее для общего случая *n тел*. В связи с этим ниже кратко представлен вывод дифференциальных уравнений, позволяющих описать движение астероида в гравитационном поле двойной звезды. Подобный подход может быть применен и для системы *n тел*.

Для описания движения тел выберем рабочую систему координат *Oxy* (рисунок 1).

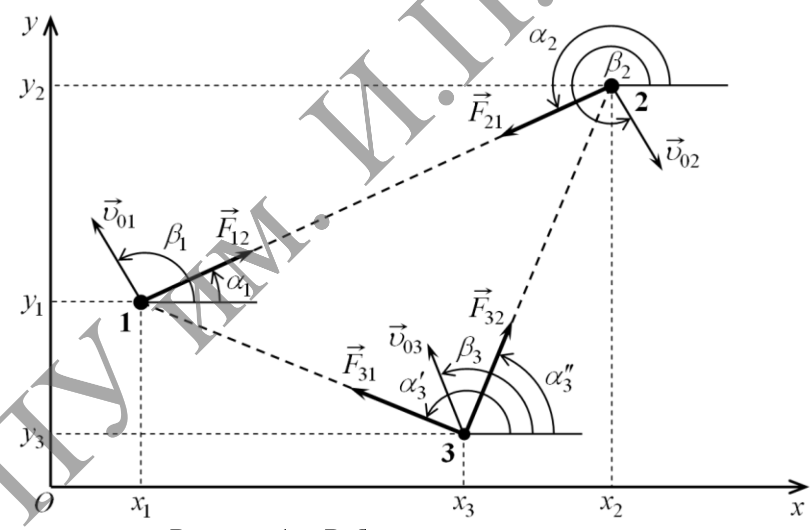

Рисунок 1. – Рабочая система координат

На этом рисунке цифрами 1 и 2 обозначены небесные светила, образующие двойную звездную систему, а цифрой 3 – залетевший в эту систему астероид. Здесь $\vec{F}_{12}$ – сила притяжения, действующая на звезду «1» со стороны звезды «2», а $\vec{F}_{21}$ – сила притяжения, действующая на звезду «2» со стороны звезды «1». Очевидно, что по третьему закону Ньютона модули этих сил будут равны. В свою очередь астероид «3» будет притягивается светилами «1» и «2» с силами $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$ соответственно, при этом его гравитационным воздействием на звездную систему будем пренебрегать, что является очевидным. Направления указанных векторов сил задаются углами α_1, α_2, α_3' и α_2'', отсчитываемыми от положительного направления оси *Ox* против часовой стрелки.

Направления начальных скоростей тел «1», «2» и «3» показаны векторами $\vec{\upsilon}_{01}$, $\vec{\upsilon}_{02}$ и $\vec{\upsilon}_{03}$ соответственно. Эти векторы образуют с положительным направлением оси *Ox* углы β_1, β_2 и β_3.

Исходя из представленного выше материала, получим дифференциальные уравнения, описывающие движение звезды «1». Второй закон Ньютона в этом случае запишется в виде

$$\vec{F}_{12} = M_1\vec{a}_1, \tag{1}$$

где M_1 – масса звезды «1», а $\vec{a}_1$ – вектор ее ускорения.

Проецируя векторное уравнение (1) на оси координат с принятием во внимание закона всемирного тяготения (см., например, [2]) и зная, что скорость есть первая производная координаты по времени, а ускорение – первая производная скорости по времени, а также с учетом того, что

$$\cos\alpha_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \text{ и } \sin\alpha_1 = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}},$$

получим следующие дифференциальные уравнения (2) для звезды «1»

$$\frac{d\upsilon_{1x}}{dt} = \frac{GM_2(x_2 - x_1)}{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{3/2}}, \quad \frac{d\upsilon_{1y}}{dt} = \frac{GM_2(y_2 - y_1)}{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{3/2}},$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \upsilon_{1x}, \quad \frac{dy_1}{dt} = \upsilon_{1y}. \tag{2}$$

Аналогично для звезды «2» и астероида «3» можем записать соответствующие уравнения (3) и (4)

$$\frac{d\upsilon_{2x}}{dt} = -\frac{GM_1(x_2 - x_1)}{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{3/2}}, \quad \frac{d\upsilon_{2y}}{dt} = -\frac{GM_1(y_2 - y_1)}{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{3/2}},$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \upsilon_{2x}, \quad \frac{dy_2}{dt} = \upsilon_{2y}. \tag{3}$$

$$\frac{d\upsilon_{3x}}{dt} = \frac{GM_1(x_1 - x_3)}{[(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2]^{3/2}} + \frac{GM_2(x_2 - x_3)}{[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]^{3/2}},$$

$$\frac{d\upsilon_{3y}}{dt} = \frac{GM_1(y_1 - y_3)}{[(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2]^{3/2}} + \frac{GM_2(y_2 - y_3)}{[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]^{3/2}},$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \upsilon_{3x}, \quad \frac{dy_3}{dt} = \upsilon_{3y}. \tag{4}$$

В этих уравнениях *G* – гравитационная постоянная, M_2 – масса звезды «2», x_n и y_n – координаты *n*–го тела (*n* = 1, 2, 3) в момент времени *t*, а υ_{nx} и υ_{ny} – проекции вектора скорости этого тела на оси координат.

Полученные уравнения были решены для двойной звезды ADS 14878, каждая компонента которой составляет 0.9 M_e [3]. При моделировании значения υ_{01} и υ_{02} предполагались равными $19 \cdot 10^3$ м/с, а υ_{03} – $40 \cdot 10^3$ м/с, при β_1, β_2 и β_3 соответственно равных 0, 180° и 80°. Результаты численного решения дифференциальных уравнений (2)–(4) методом Рунге-Кутты 4-го порядка точности представлены на рисунке 2.

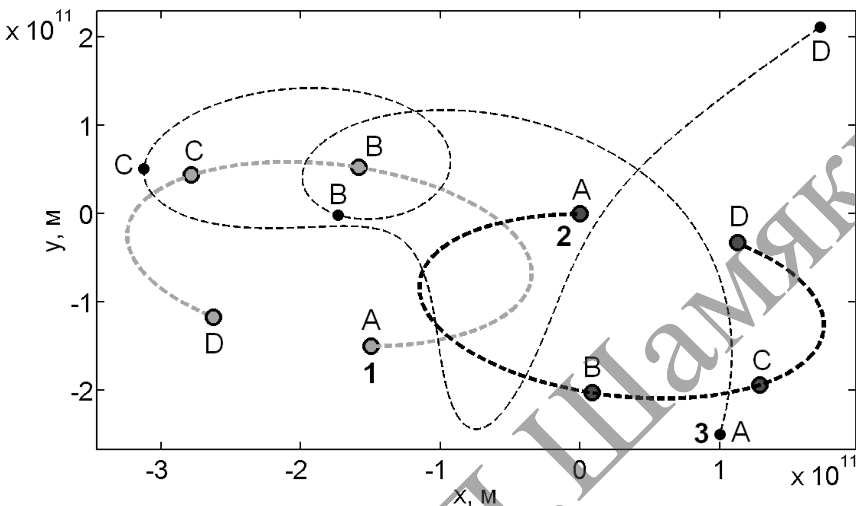

Рисунок 2. – Траектории движения компонент двойной звездной системы (тела «1» и «2») и влетевшего в эту систему астероида (тело «3»)

На этом рисунке буквами A, B, C и D указаны положения тел в моменты времени $t = 0$, 1.45×10^7 с, 2.7×10^7 с и 5.7×10^7 с соответственно, из чего явно прослеживается реальный характер гравитационного взаимодействия рассмотренных объектов, что подтверждает правильность примененного подхода для моделирования задач подобного типа.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кочетков, А.В. Метод решения задачи двух тел [Электронный ресурс] / А.В. Кочетков, П.В. Федотов // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». – 2015. – Т. 7, № 6. – С. 1–14. – Режим доступа: http://naukovedenie.ru/PDF/70TVN615.pdf. – Дата доступа: 06.02.2018.

2. Маркеев, А.П. Задача трех тел и ее точные решения / А.П. Маркеев // Соросовский образовательный журнал. – 1999. – № 9. – С. 112–117.

3. Киселев, А.А. Динамическое исследование 12 широких визуально-двойных звезд / А.А. Киселев, Л.Г. Романенко, О.А. Калиниченко. – Астрономический журнал. – 2009. – Т. 89, № 2. – С. 148–157.