М. И. ЕФРЕМОВА, Л. В. ФЕДЕЦОВА
УО МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

КОНГРУЭНЦИИ N-АРНЫХ ГРУПП

Вся терминология стандартна и заимствована из [1-3].

Напомним [2], что система $\langle X, ( ) \rangle$ с одной *n*-арной операцией ( ) называется *n*-арной группой, если эта операция ассоциативна и в *X* разрешимо каждое из уравнений $(a_1 \ldots a_{i-1} x a_{i+1} \ldots a_n) = a$, где *i* пробегает *1,2,…,n*.

Переход от групп к *n*-арным группам приводит к различным обобщениям нормальных подгрупп, самым широким из которых является понятие полуинвариантной *n*-арной подгруппы. При этом многие свойства полуинвариантных *n*-арных подгрупп являются *n*-арными аналогами соответствующих свойств нормальных подгрупп. Всякая полуинвариантная *n*-арная подгруппа *n*-арной группы определяет конгруэнцию этой *n*-арной группы, смежные классы которой совпадают со смежными классами *n*-арной группы по рассматриваемой полуинвариантной *n*-арной подгруппе. Отличие *n*-арного случая ($n > 2$) от бинарного состоит в том, что различным полуинвариантным *n*-арным подгруппам одной и той же *n*-арной группы при $n > 2$ может отвечать одна и та же конгруэнция. Более того, существуют *n*-арные группы, в которых некоторой конгруэнции не отвечает ни одна полуинвариантная *n*-арная подгруппа.

Пусть π – некоторая эквивалентность универсальной алгебры *A*. Тогда π называют конгруэнцией [3] этой алгебры, если для любой *n*-арной операции $\omega \in \Omega_n$ и для любых элементов $a_1, a_2, \ldots, a_n \in A$ и $b_1, b_2, \ldots, b_n \in A$, где

$$a_1 \equiv b_1(\pi), a_2 \equiv b_2(\pi), \ldots, a_n \equiv b_n(\pi),$$

выполняется

$$\omega(a_1, a_2, \ldots, a_n) \equiv \omega(b_1, b_2, \ldots, b_n)(\pi).$$

Напомним, что если H – подгруппа *n*-арной группы G и π – конгруэнция на G, то символом πH обозначается набор всех таких элементов x из G, что $x\pi h$ для некоторого элемента $h \in H$.

Теорема. Пусть π – конгруэнция на *n*-арной группе G, T – некоторая *n*-арная подгруппа в G. Тогда, если для некоторого элемента $a \in G$ имеет место $T \cap a_{\pi} \neq \emptyset$, то для некоторого элемента $t \in T$ имеет место $T \cap a_{\pi} = t_{\pi \cap T^3}$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ефремова, М.И. О подалгебрах универсальных алгебр: препринт / М.И. Ефремова, А.Н. Скиба. – Гомель: Изд-во ГГУ им. Ф. Скорины, 2002. – № 20. – 12 с.
2. Русаков, С.А. Алгебраические *n*-арные системы: Силовская теория *n*-арных групп / С.А. Русаков. – Минск: Навука і тэхніка, 1992. – 264 с.
3. Мальцев, А.И. Алгебраические системы / М.И. Мальцев. – М.: Наука, 1970. – 392 с.