УРАВНЕНИЕ ЛАГРАНЖА И КЛЕРО

Бунас И.В. *(УО МГПУ им. И. П. Шамякина, г. Мозырь)*
Научный руководитель *– С.В. Игнатович, ст. преподаватель*

Уравнения Лагранжа и Клеро являются уравнениями первого порядка, не разрешенными относительно производной и интегрируемыми в квадратурах.

Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной, имеют следующий общий вид:

$$F(x, y, y') = 0. \quad (1)$$

При интегрировании уравнений, разрешенных относительно производной, далеко не во всех случаях возможно найти решение в явной форме, а для уравнения (1) эти случаи являются исключением. Чаще всего решения уравнений первого порядка, не разрешенных относительно производной, получают в неявной или параметрической форме. Однако практическое получение такого решения связано с двумя трудностями:

1) нахождение параметрического представления уравнения (1);
2) интегрирование полученного уравнения.

Первая задача легко решается, когда уравнение (1) разрешимо относительно искомой функции, то есть может быть переписано в виде

$$y = \varphi(x, y'), \qquad (2)$$

которое не всегда интегрируется в квадратурах.

В отличие от уравнения (2) уравнение Лагранжа всегда интегрируется в квадратурах и имеет вид:

$$y = \varphi(y')x + \psi(y').$$

Если в уравнении Лагранжа

$$\varphi(y') \equiv y',$$

то уравнение Лагранжа принимает вид:

$$y = y'x + \psi(y')$$

и называется уравнением Клеро [1, с.183].

Предполагается, что $\psi(y')$ есть нелинейная функция от y, так как в противном случае уравнение Клеро вырождается в уравнение с разделяющимися переменными.

Уравнение Лагранжа и Клеро является полным уравнением общего вида (1) и имеет большое практическое значение в различных областях научных исследований, так как позваляет значительно расширить круг задач, в которых решение сводится к интегрированию дифференциальных уравнений.

Литература

1. Матвеев, Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие. 5-е изд., доп. / Н.М. Матвеев // СПб. : Издательство «Лань», 2003. – 832 с.