

Г. В. Кулак, Т. В. Николаенко, А. Е. Анисимова

## ВЛИЯНИЕ КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ГИРОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ

В работах [1, 2] экспериментально обнаружен эффект увеличения дифракционной эффективности, имеющий место при возрастании интенсивности падающего света, дифрагированного на медленной сдвиговой УЗ волне, распространяющейся вдоль оси [110] кристалла парателлурита. Геометрия АО взаимодействия выбрана так, что УЗ волна распространяется вдоль оси  $X \parallel [110]$ , вектор смещения УЗ волны  $\vec{U} \parallel [1\bar{1}0]$ , а направление распространения мощной световой волны составляет малый угол  $\varphi_B$  с осью  $OZ$ , параллельной оптической оси кристалла [3].

Ультразвуковая волна с вектором смещения  $\vec{U} = \vec{U}_0 \exp[i(Kx - \Omega t)]$ , где  $\Omega = \pm v_s K$  индуцирует периодическое в пространстве и времени изменение диэлектрической проницаемости среды  $\Delta \hat{\epsilon}$ . Знак плюс в выражении для циклической частоты  $\Omega$  соответствует стоксовой дифракции с понижением частоты дифрагированной волны, минус – антистоксовой дифракции с увеличением частоты,  $v_s$  – фазовая скорость ультразвука)

Для среды со слабой оптической анизотропией возмущение диэлектрической проницаемости  $\Delta \hat{\epsilon}^{nl}$ , обусловленное кубической нелинейностью, может быть представлено в виде [4, 5]:

$$\Delta \epsilon_{ik}^{nl} = 4\pi(\theta_1 E_i^* E_k + \frac{1}{2}\theta_2 E_i E_k^*), \quad (1)$$

где  $\theta_{1,2}$  – комплексные нелинейные коэффициенты;

$\vec{E}$  – напряжённость поля световой волны в области, заполненной ультразвуком.

Если нелинейность свойств обусловлена эффектом Керра, то необходимо положить  $\theta_1 = 6\theta_2$ ; при нелинейности стрикционного происхождения  $\theta_2 = 0$ ; при возникновении нелинейной электрической поляризации  $\theta_2 = \theta_1$  [6]. При выполнении условия  $\Omega = \omega_1 - \omega$ , (здесь  $\Omega = -v_s K$ ,  $\omega$  – частота падающего света,  $\omega_1$  – частота дифрагированного света) нелинейный коэффициент, ответственный за усиление света, дифрагированного на дополнительной решётке, сформированной ультразвуком, является комплексной величиной:  $\theta = i|\theta|$  [4].

Система уравнений связанных волн имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dA_0}{dz} + \rho B_0 + \chi_{\parallel} A_1 + \chi B_1 + \frac{1}{2} b (|A_1|^2 + |B_1|^2) A_0 &= 0, \\ \frac{dB_0}{dz} - \rho A_0 + \chi A_1 + \chi_{\perp} B_1 + \frac{1}{2} b (|A_1|^2 + |B_1|^2) B_0 &= 0, \\ \frac{dA_1}{dz} + \rho B_1 - \chi_{\parallel} A_1 - \chi B_1 - \frac{1}{2} b (|A_0|^2 + |B_0|^2) A_1 &= 0, \\ \frac{dB_1}{dz} - \rho A_1 - \chi A_0 - \chi_{\perp} B_0 - \frac{1}{2} b (|A_0|^2 + |B_0|^2) B_1 &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\rho$  – параметр удельного вращения;

$$\chi = \chi_0 \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} p_{\text{эф}} \sqrt{2I_a / \sigma \nu^3};$$

$$\chi_{\parallel, \perp} = \chi_0 \varepsilon_{11, 22}^2 p_{\text{эф}}^{\parallel, \perp} \sqrt{2I_a / \sigma \nu^3};$$

$$\chi_0 = \pi / 2 \lambda_0 \sqrt{\bar{\varepsilon}}; \quad \bar{\varepsilon} = Sp(\hat{\varepsilon}) / 3;$$

$\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме;

$I_a$  – интенсивность УЗ волны;

$\sigma$  – плотность кристалла;

$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}$  – компоненты тензора диэлектрической проницаемости;

$p_{\text{эф}}, p_{\text{эф}}^{\parallel, \perp}$  – эффективные параметры, характеризующие фотоупругость среды.

Полагаем в системе уравнений связанных волн (2)  $b_1 = b_2 = b$ . Постоянная  $b = [\pi n_2 \sin \phi / \lambda_0 \cos(\phi/2)]$  [4], где  $n_2$  – постоянная Керра,  $\phi = \pm \pi / 2$  для дифракции с понижением (знак «+») и повышением (знак «-») частоты дифрагированной волны. При дифракции на сдвиговой УЗ волне полагалось, что  $\chi = (\pi \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} p_{66} / 2 \lambda_0 \sqrt{\bar{\varepsilon}}) \sqrt{2I_a / \sigma \nu_s^3}$ , где  $p_{66}$  – эффективная фотоупругая постоянная.

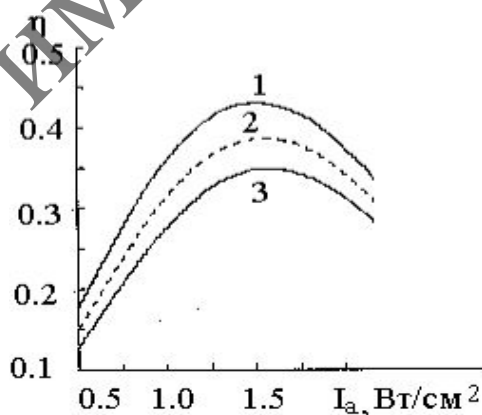
При численном исследовании системы уравнений (2) приняты следующие граничные условия:  $A_0(z=0) = A_{\parallel}$ ,  $B_0(z=0) = A_{\perp}$ ,  $A_1(z=0) = B_1(z=0) = 0$ , где  $A_{\parallel}$  ( $A_{\perp}$ ) – амплитуда падающей световой волны, поляризованной в плоскости дифракции (ортогонально плоскости дифракции). Относительные интенсивности дифрагированных волн рассчитаны на основе соотношений:  $\eta_{\parallel} = |A_1|^2 / I_0$ ,  $\eta_{\perp} = |B_1|^2 / I_0$ ,  $\eta = (|A_1|^2 + |B_1|^2) / I_0$ , где  $I_0 = |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2$  – интенсивность падающего света на границе области акустооптического взаимодействия ( $z=0$ ).

Относительные интенсивности  $\eta_{\parallel}$  и  $\eta_{\perp}$  соответствуют случаю, когда поляризатор на выходной грани  $z=l$  кристалла ориентирован соответственно параллельно плоскости дифракции или перпендикулярно к ней.

Численное решение системы уравнений (2) проведено для дифракции инфракрасного излучения с длиной волны  $\lambda_0 = 1,06$  мкм на медленной сдвиговой ультразвуковой волне ( $v_s = 620$  м/с), распространяющейся вдоль оси [110] кристалла  $TeO_2$  [1]. Полагалось, что  $p_{\text{эф}}^{\parallel} = p_{\text{эф}}^{\perp} = 0$ ,  $p_{\text{эф}} = p_{66}$ .

На рисунке 1 представлены зависимости  $\eta_{\parallel}$ ,  $\eta_{\perp}$  и  $\eta$  от интенсивности УЗ волны  $I_a$ , рассчитанные при интенсивности света  $I_0 = 70$  МВт/см<sup>2</sup>. Все названные здесь функции имеют чётко выраженный максимум, существование которого связано с реализацией линейного и нелинейного режимов дифракции.

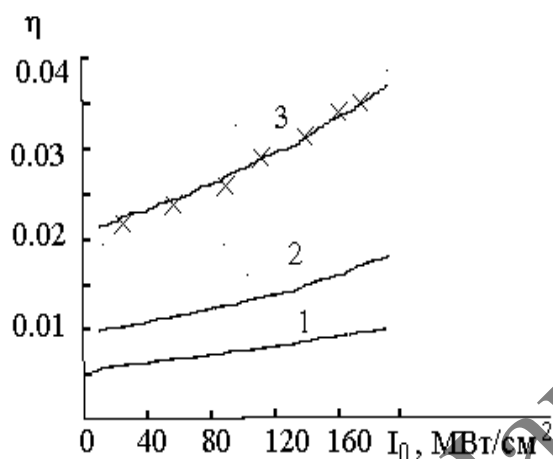
Зависимость дифракционной эффективности АО взаимодействия мощного ИК излучения с  $\lambda_0 = 1,06$  мкм и медленной сдвиговой УЗ волны, распространяющейся вдоль оси [110] кристалла  $TeO_2$ , экспериментально исследована в [1]. В цитированной работе показано, что при возрастании интенсивности света от  $I_0 \ll 1$  МВт/см<sup>2</sup> до  $I_0 \approx 200$  МВт/см<sup>2</sup> дифракционная эффективность увеличивается в 1,5 раза. При возрастании интенсивности света до значения, соответствующего порогу разрушения кристалла ( $I_0 \approx 250$  МВт/см<sup>2</sup>), дифракционная эффективность увеличивается в 1,8 раза, по сравнению с той, которая имеет место при 200 МВт/см<sup>2</sup>.



$I_0 = 70$  МВт/см<sup>2</sup>,  $l = 1$  см,  $A_{\parallel} = 0$ ,  $A_{\perp} = 1$ ;  $b > 0$  (кривая 1),  
 $b = 0$  (кривая 2),  $b < 0$  (кривая 3)

**Рисунок 1 – Зависимость  $\eta_{\parallel}$ ,  $\eta_{\perp}$  (кривые 1 и 3 соответственно) и  $\eta$  (кривая 2) от интенсивности ультразвуковой волны  $I_a$**

Как видно из рисунка 2, на котором представлена зависимость относительной интенсивности дифрагированной волны  $\eta$  от интенсивности света  $I_0$ , при увеличении  $I_0$  от значения  $I_0 \ll 1$  МВт/см<sup>2</sup> до  $I_0 = 200$  МВт/см<sup>2</sup> дифракционной эффективности увеличивается в 1,8 раза.



$I_a = 0,03; 0,05; 0,1$  Вт/см<sup>2</sup> (кривые 1–3 соответственно);  $A_{\parallel} = 0$ ,  $A_{\perp} = 1$ ,  $l = 1$  см

Рисунок 2 – Зависимость относительной эффективности дифракции  $\eta$  от интенсивности света  $I_0$

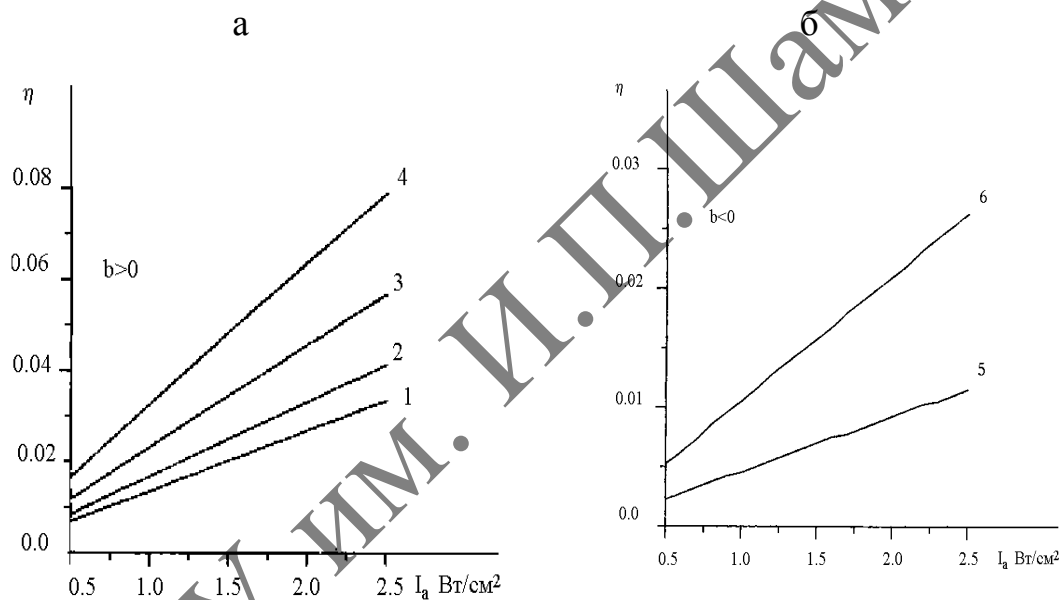
Этот вывод хорошо согласуется с экспериментальными результатами, приведёнными в работе [1]. Имеющее место расхождение теории и эксперимента связано с приближенностью теоретической модели, в которой не учтены, например, расходимость звукового пучка, рассеяние света в другие дифракционные порядки при низких значениях волнового параметра, самофокусировка светового пучка.

Численное решение системы (2) проведено для случая АО дифракции излучения *He-Ne* лазера ( $\lambda_0 = 0,63$  мкм) на продольной УЗ волне, распространяющейся вдоль оси [001] гиротропного кубического кристалла силиката висмута ( $Bi_{12}SiO_{20}$ ), постоянная вращения которого  $\rho = 22,8$  град/мм [3]. При этом использованы следующие граничные условия:  $A_0(z=0) = A_{\parallel}$ ,  $B_0(z=0) = A_{\perp}$ ,  $A_1(z=0) = B_1(z=0) = 0$ , где  $A_{\parallel}(A_{\perp})$  – амплитуда падающей волны, поляризованной в плоскости дифракции (ортогонально плоскости дифракции). Рассмотрены случаи дифракции с понижением ( $b > 0$ ) и повышением ( $b < 0$ ) частоты.

Численные расчеты на основе системы уравнений (2) проведены для случая АО дифракции излучения *He-Ne* лазера ( $\lambda_0 = 0,63$  мкм) на продольной УЗ волне, распространяющейся вдоль оси [100] одноосного гиротропного кристалла кварца ( $\alpha - SiO_2$ ), постоянная вращения которого

$\rho = 20$  град/мм [3]. При этом использованы следующие граничные условия:  $A_0(z=0) = A_{\parallel}$ ,  $B_0(z=0) = A_{\perp}$ ,  $A_1(z=0) = B_1(z=0) = 0$ , где  $A_{\parallel}$  ( $A_{\perp}$ ) – амплитуда падающей волны, поляризованной в плоскости дифракции (ортогонально плоскости дифракции). Рассмотрены случаи дифракции с понижением ( $b > 0$ ) и повышением ( $b < 0$ ) частоты.

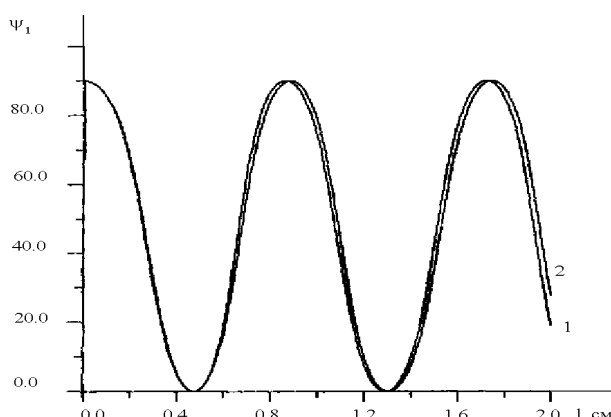
На рисунке 3 а приведена зависимость дифракционной эффективности  $\eta$  от интенсивности ультразвука  $I_a$  при различных интенсивностях света  $I_0$  для падающей световой волны  $s$ -поляризации и стоксового режима дифракции ( $b > 0$ ) для кристалла  $\alpha - SiO_2$ . Из рисунка следует, что имеет место линейный рост эффективности дифракции. С увеличением интенсивности света степень роста дифракционной эффективности становится выше. Для антистоксовой дифракции (рисунок 3б) эффективность дифракции увеличивается при уменьшении интенсивности света.



1 – 20 МВт/см<sup>2</sup>, 2 – 40 МВт/см<sup>2</sup>, 3 – 70 МВт/см<sup>2</sup>, 4 – 100 МВт/см<sup>2</sup>, 5 – 70 МВт/см<sup>2</sup>,  
6 – 100 МВт/см<sup>2</sup> ( $b = 200$  см/МВт,  $l = 1$  см,  $\alpha - SiO_2$ )

**Рисунок 3 – Зависимость эффективности дифракции  $\eta$  от интенсивности ультразвука  $I_a$  при различных интенсивностях света  $I_0$**

На рисунке 4 представлена зависимость азимута поляризации дифрагированного света  $\psi_1$  от длины области АО взаимодействия при различных интенсивностях света  $I_0$ . Как следует из рисунка, наблюдается осциллирующий характер зависимости, обусловленный гиротропией кристалла. При этом на длине АО взаимодействия  $l = 2$  см азимут поляризации изменяется от  $0$  до  $90^0$ , причем дважды  $\psi_1 = 0$  ( $s$ -поляризация дифрагированного света) и трижды  $\psi_1 = 90^0$  ( $p$ -поляризация дифрагированного света).

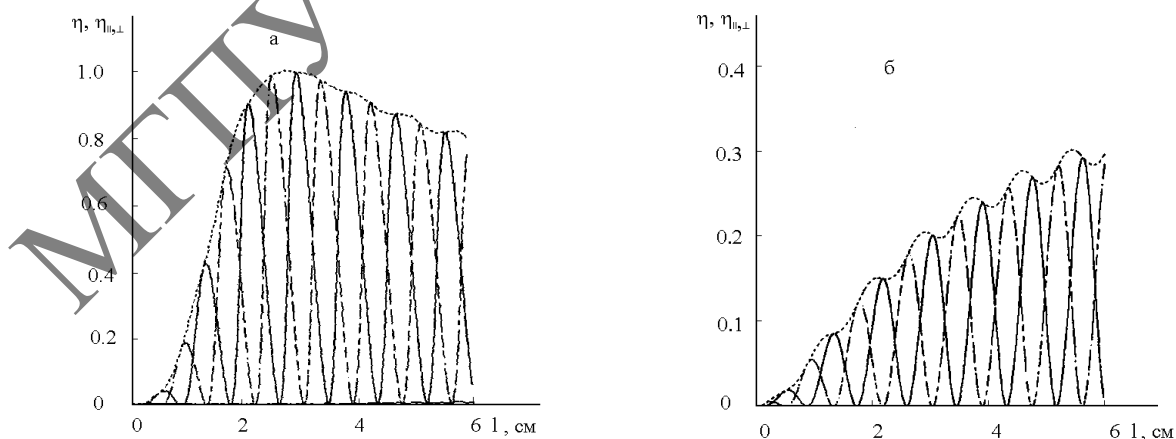


1 – 20 МВт/см<sup>2</sup>, 2 – 40 МВт/см<sup>2</sup>;  $b = 200$  см/МВт,  $l = 2$  см,  $I_a = 100$  Вт/см<sup>2</sup>,  $\alpha$ -SiO<sub>2</sub>

**Рисунок 4 – Зависимость азимута поляризации дифрагированного света  $\psi_1$  от длины акустооптического взаимодействия  $l$  при различных интенсивностях падающего света  $I_0$**

Заметим в заключение, что кроме нелинейности среды, обусловленной эффектом Керра, иногда следует учитывать нелинейность, индуцированную электрострикционным эффектом и нелинейной электрической поляризацией [7].

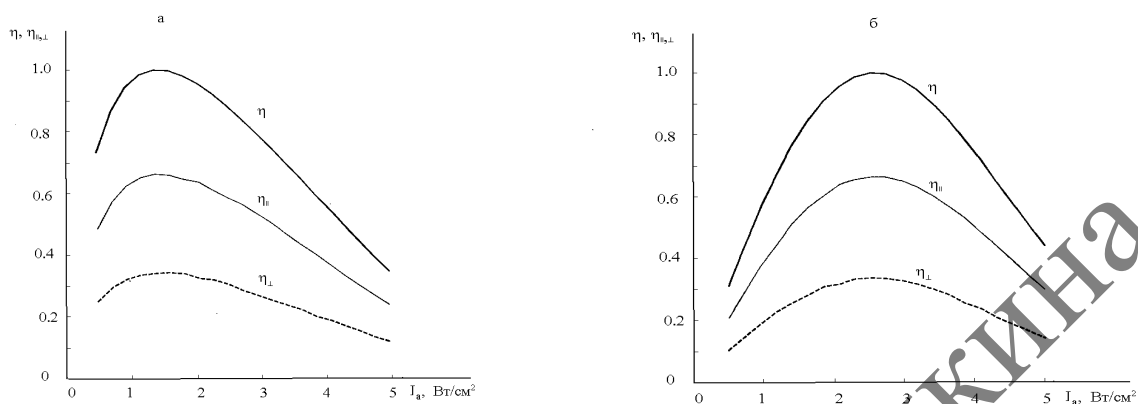
Зависимость дифракционной эффективности  $\eta, \eta_{\parallel}, \eta_{\perp}$  от длины АО взаимодействия  $l$  представлена на рисунке 5 для стоксовой (а) и антистоксовой (б) и двусосного кристалла  $\alpha$  –  $\text{HfO}_3$ . При этом продольная УЗ волна распространяется перпендикулярно оптической оси и световые волны распространяются вблизи оптической оси. Из рисунка следует, что эффективность антистоксовой дифракции значительно ниже, чем стоксовой.



а – стоксова, б – антистоксова дифракция;  $I_a = 1$  Вт/см<sup>2</sup>;  $A_{\parallel} = 0$ ;  $I_0 = 100$  МВт/см<sup>2</sup>

**Рисунок 5 – Зависимость дифракционной эффективности  $\eta, \eta_{\parallel}, \eta_{\perp}$  от длины  $l$  области АО взаимодействия в кристалле  $\alpha$  –  $\text{HfO}_3$**

На рисунке 6 представлена зависимость эффективности дифракции  $\eta, \eta_{\parallel}, \eta_{\perp}$  от интенсивности ультразвука  $I_a$ .



а – стоксова, б – антистоксова дифракция;  $A_{\parallel} = 0$ ;  $I_0 = 70 \text{ МВт/см}^2$ ;  $l = 1 \text{ см}$

**Рисунок 6 – Зависимость дифракционной эффективности  $\eta, \eta_{\parallel}, \eta_{\perp}$  от интенсивности УЗ волны  $I_a$  в кристаллах  $\alpha - \text{HfO}_3$**

Из рисунка следует, что эффективность стоксовой дифракции растет значительно быстрее, чем антистоксовой. При  $b > 0$  максимальное значение  $\eta$  достигается при  $I_a = 1,5 \text{ Вт/см}^2$ , а антистоксовой ( $b < 0$ ) при  $I_a = 2,6 \text{ Вт/см}^2$ .

#### Литература

1. Исследование дифракции мощного лазерного излучения в  $\text{TeO}_2$  / В.В. Проклов [и др.] // Краткие сообщения по физике. Труды ФИАН. – 1979. – С. 1543–1545.
2. Гришмановский, А.Н. Акустооптическое взаимодействие в кристаллах молибдата свинца и парателлуриата при большой интенсивности света / А.Н. Гришмановский, В.В. Леманов, М.П. Саттикулов // Письма в ЖТФ. – 1978. – Т. 4, № 2. – С. 706–709.
3. Кулак, Г.В. Основы акустооптики гиротропных кристаллов / Г.В. Кулак. – Минск: Изд. центр БГУ, 2005. – 127 с.
4. Yeh, D. Nonlinear-optical Bragg scattering in Kerr media / D. Yeh, M. Khoshnevisan // J. Opt. Soc. Am. – 1987. – Vol. 4, № 12. – P. 1954–1957.
5. Майер, А.А. Оптическое самопереключение однонаправленных распределенно-связанных волн / А.А. Майер // УФН. – 1995. – Т. 165, № 9. – С. 1037–1075.
6. Кулак, Г.В. Влияние кубической нелинейности на акустооптическое взаимодействие в одноосных гиротропных кристаллах парателлуриата / Г.В. Кулак, А.Г. Смирнов // Оптика и спектроскопия – 1999. – Т. 86, № 4. – С. 671–674.
7. Шеен, Н.Р. Принципы нелинейной оптики / Н.Р. Шеен; пер. с англ. Н.Л. Шумая, С.А. Ахманова. – М.: Наука, 1989. – 558 с.