**В. Б. Качалко, Н. А. Лисовская, Л. Н. Щур**

# ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА НАЧАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

В начальных классах всё большее значение придаётся самостоятельному поиску решения задач и обучению через задачи [1].

В процессе решения целесообразно подобранных задач у школьников происходит формирование умений находить способы их решения и осознанных и прочных знаний, умений и навыков учащихся по всему начальному курсу математики [2], [3], [4], [5].

Текстовые задачи, решаемые на основе поиска и исследования решения, обладают огромным потенциалом для формирования научного мировоззрения [1], являются мощнейшим средством умственного развития учащихся [2].

В процессе их решения требуется выполнение таких умственных операций, как анализ и синтез, конкретизация и абстрагирование, сравнение и обобщение. Так, при решении любой задачи школьник выполняет анализ: отделяет вопрос от условия, выделяет данные и искомые; намечая план решения, он выполняет синтез, пользуясь при этом конкретизацией (мысленно воспроизводит условие задачи), а затем абстрагированием (отвлекаясь от ситуации, строит модель задачи) [2].

В процессе решения задачи учащиеся учатся планировать и контролировать свою деятельность, овладевать приёмами самоконтроля, у них воспитывается настойчивость, воля и другие качества личности [3], [4].

В курсе математики все текстовые задачи делятся на две большие группы: простые и составные. Именно простые задачи определяют фундамент составных задач. Решение простых задач раскрывает смысл арифметических действий, связи между компонентами и результатами арифметических действий, зависимость между величинами. В ходе решения простых задач раскрывается смысл понятия «задача» (определённые условия с вопросом). Простые задачи являются частями составных задач, а следовательно, фундаментом, на котором строятся умения решать составные задачи.

Среди всех задач выделяются учебные задачи, которые служат не только для формирования необходимых математических знаний, умений и навыков, но и направлены на изменение личности обучаемого (не знал – знаю, не умел – умею и т. п.) [2].

Математические задачи, в которых есть хотя бы один объект, являющийся реальным предметом, принято называть текстовыми (*сюжетными, практическими, арифметическими* и т. д.) [2, 5–6].

«Текстовой задачей будем называть описание некоторой ситуации (явления, процесса) на естественном и (или) математическом языке с требованием дать количественную характеристику какого-то компонента этой ситуации, либо установить наличие или отсутствие некоторого отношения между её компонентами или определить вид этого отношения, либо найти последовательность этих действий» [2, 8]. Такие задачи обычно содержат условие или вопрос (требование).

«Решить задачу в широком смысле этого слова) – раскрыть связи между данными и искомыми, заданные условием задачи, определить последовательность применения общих положений математики (правил, законов, формул и т. п.), выполнить действия над данными задачи, используя найденные общие положения, и получить ответ на требование задачи или доказать невозможность его (требования) выполнения» [2, 417].

Выделяются следующие методы решения: арифметический, алгебраический, геометрический, логический и практический, которые применялись на практике. Все они пригодны для поисково-исследовательской технологии обучения решению задач [1], [3], [4].

**Решить задачу арифметическим методом** – это значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами. Одну и ту же задачу можно решить различными арифметическими способами. Задача считается решённой различными способами, если её решения отличаются связями между данными и искомыми, положенными в основу решений, или последовательностью использования этих связей.

На этапе поиска решения обычно используются приёмы поисковой деятельности учащихся:

1) представление жизненной ситуации, описанной в задаче;
2) постановка вопросов: что дано, что нужно найти и т. п.;
3) формулировка задачи в форме, удобной для решения;
4) разбор: от вопроса к данным или от данных к вопросу задач;
5) разбор задачи по модели с её анализом либо синтезом;
6) разбиение задачи на смысловые части – простые задачи;
7) семантический анализ задачи с записью решения по действиям или в виде выражения с записью пояснений или без них [2].

**Решить задачу алгебраическим методом** – это значит найти ответ на требования задачи, составив и решив уравнение. Одну и ту же задачу можно решить разными алгебраическими способами. Задача считается решённой различными способами, если для её решения составлены различные уравнения. Затем находят их решения, их соответствие требованию задачи [3].

**Решить задачу геометрическим методом** – это значит найти ответ на требования задачи, используя геометрические построения или свойства геометрических фигур. Одну и ту же задачу можно решить разными геометрическими способами. Задача считается решённой различными способами, если для её решения используются различные построения и свойства геометрических фигур. При этом ответы на требования задачи считываются с чертежа или находятся путём рассуждений с использованием при этом графико-вычислительных приёмов [3].

**Решить задачу логическим методом** – это значит найти ответ на требования задачи, не выполняя, как правило, вычислений, а используя только логические рассуждения. При этом строится алгоритм нахождения ответа на требование задачи, который может быть представлен в любой форме: словесно, в виде блок-схемы [2].

**Решить задачу практическим методом** – это значит найти ответ на требования задачи, выполнив практические действия с предметами или их копиями (моделями на отрезках, прямоугольниках, графах и т. п.). Не всякая задача решается практически. Задачи на движение транспорта трудно воспроизвести практически, а на чертежах это сделать легче. Задачи на взвешивание, переливание и пересыпание, на переправы решаются этим методом [2], [3].

Важной для поисково-исследовательской технологии начального обучения является проверка решения задачи следующими способами.

**1. Установление соответствия между числами, полученными в результате решения задачи, и данными в условии задачи.**

Проверка заключается том, что полученные числовые данные в ответе вводятся в текст задачи и устанавливают, не возникает ли при этом противоречие. Выполняются арифметические действия с числовыми значениями величин, которые заданы в условии задачи. Если при этом получаются числовые данные условия задачи, то делается заключение о верном решении задачи [3].

**2. Составление и решение задачи, обратной данной.**

После решения задачи составляется и решается задача, обратная данной. Если при её решении получится значение величины, которое дано в условии задачи, то можно считать, что она решена верно [3].

**3. Решение задачи различными способами.**

Решение задачи другим способом, если её решения отличаются связями между данными и искомыми, положенными в основу решений, или последовательностью этих связей. Получив один и тот же результат, делают вывод о том, что задача решена верно [3].

**4. Решение задачи различными методами.**

Решив задачу различными методами (алгебраическим, геометрическим и др.), в том случае, если получен один и тот же результат, то делается вывод, что задача решена верно [2].

**5. Решение с прикидкой (грубой проверкой)** [3].

Суть этого способа состоит в установлении границ искомого числа по условию задачи. Этим способом можно грубо оценить результат.

Таким образом, функции текстовых задач в начальных классах многообразны.

В последнее время всё большее внимание учёных-методистов привлекает обучение решению учебных задач не как цель, а как средство для создания инновационных технологий обучения. Такая попытка была сделана и нами для разработки поисково-исследовательской технологии начального обучения математике [4], [5].

Прежде всего, потребовалась разработка способов преобразования и моделирования текстов задач как для поиска способов их решения, так и для исследования новых способов решения уже после преобразования задач. Покажем на примере задачи из учебника математики:

*У Миши, Алеся и Лёни 27 тетрадей. У Миши на 3 тетради больше, чем у Алеся, и это на 3 тетради меньше, чем у Лёни. Нельзя ли узнать, сколько тетрадей у каждого ученика?* [3].

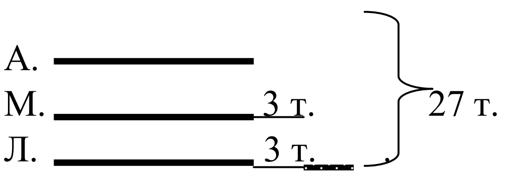
**1. Переформулировка задачи**

*У Миши, Алеся и Лёни 27 тетрадей. У Миши на 3 тетради больше, чем у Алеся. У Лёни на 3 тетради больше, чем у Миши. Сколько тетрадей у каждого ученика?* Переформулировка текста задачи из косвенной формы в прямую даёт возможность сделать задачу более понятной.

**2.** Краткая запись хорошо показывает разностные отношения количеств тетрадей каждого из учащихся.

А. – ? т.
М. – ? т. на 3 т. больше
Л. – ? т. на 3 т. больше
27 т.

**3. Чертёж** наглядно показывает, на сколько тетрадей больше у каждого ученика.



**4. Таблица** наглядно показывает, на сколько тетрадей больше у каждого ученика, а также соотношение целого и части.

| Учащиеся | У каждого | |
|---|---|---|
| Алесь | ? т. | 27 т. |
| Миша | ? т. на 3 т. б | |
| Лёня | ? т. на 3 т. больше | |

**5. Схема** наглядно подсказывает последовательность выполнения арифметических действий.

$$\left.\begin{array}{l} \text{А. } \rule{2cm}{1pt} \\ \text{М. } \rule{2cm}{1pt} \ +3 \\ \text{Л.(} \rule{2cm}{1pt} \ +3\text{ ) }+3 \end{array}\right\} 27 \text{ т.}$$

**6. Способы оформления решения задач**

**6.1. Запись решения задачи по действиям без пояснения:** Например, 1) 3 +3+3 = 9 (т.); 2) 27 – 9 = 18 (т.); 3) 18 : 3 = 6 (т.); 4) 6 + 3 = 9 (т.); 5) 9 + 3 = 12 (т.). Ответ: Всего тетрадей: у Алеся – 6, у Миши – 9, у Лёни – 12.

**6.2. Решение задачи по действиям с записью пояснений:**

1) 27 : 3 = 9 (т.) – было тетрадей у Миши.
2) 9 + 3 = 12 (т.) – было тетрадей у Лёни.
3) 9 – 3 = 6 (т.) – было тетрадей у Алеся

**6.3. Решение задачи по действиям с записью вопросов:**

1) Сколько тетрадей было у Миши? 27: 3 = 9 (т.)
2) Сколько тетрадей было у Алеся? 9 – 3 = 6 (т.)
3) Сколько тетрадей было у Лёни? 9 + 3 = 12 (т.).

**6.4. Решение задачи с записью выражений и пояснениями:**

1) 27 : 3 – было тетрадей у Миши.
2) (27 : 3) + 3 – было тетрадей у Лёни.
3) (27: 3) – 3 – было тетрадей у Алеся.

**6.5. Решение задачи по действиям с частичными пояснениями:**

1) 3 + 3 + 3 = 9 (т.)
2) 27 + 9 = 36 (т.).
3) 36 : 3 = 12 (т.) – было тетрадей у Лени.
4) 12 – 3 = 9 (т.) – было тетрадей у Миши.
5) 9 – 3 = 6 (т.) – было тетрадей у Алеся.

**7. Алгебраический способ решения задачи**

Используя чертёж задачи, составим уравнение:

X – количество тетрадей у Алеся,
X + 3 – количество тетрадей у Миши,
(X + 3) + 3 – количество тетрадей у Лёни.

Уравнение: Х + (Х + 3) + (Х + 3) + 3 = 27.

Используя переместительное и сочетательное свойства сложения, запишем уравнение: (Х + Х + Х) + (3 + 3 + 3 ) = 27.

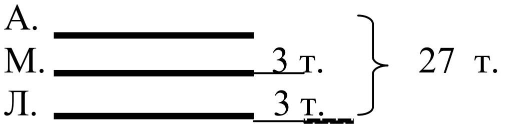
Заменив сложение умножением, запишем уравнение: Х • 3 + 3 • 3 = 27.

Решаем уравнение: Х • 3 + 9 = 27. Откуда Х = 12.

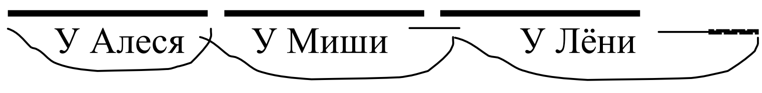
Ответ: было тетрадей: у Алеся – 6, у Миши – 9, у Лёни – 12.

**8. Геометрический способ решения задачи.**

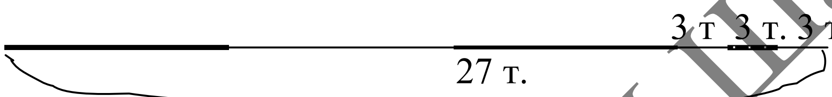
Используя чертёж, найдём сумму отрезков:




1) (27–9):3=6 (т.) – у Алеся.
2) 6+3=9 (т.) – у Миши.
3) 9+3=12 (т.) – у Лёни.




Перенесём три длинных и три коротких отрезка в один отрезок:




3•3 = 9 (т.)

Как известно, один маленький отрезок моделирует 3 тетради, а 3 таких же отрезка 3 • 3 = 9 (т.), три больших отрезка моделируют 27 – 9 = 18 (т.). Один большой отрезок моделирует 18 : 3 = 6 (т.) – количество тетрадей у Алеся. У Миши тетрадей 6 + 3 = 9 (т.), а у Лёни – 9 + 3 = 12 (т.).

**9. Способы дополнительной исследовательской работы над исходной задачей или над задачей с изменённым текстом после её решения** [1].

**9.1. Выбор наиболее рационального способа решения.** После анализа способов решения задачи предлагается выбрать рациональный.

**9.2. Объяснение выражений, составленных по условию задачи.** Часто возникают трудности в пояснении выражений: 27 – 9; 27 + 9.

**9.3. Выбор модели к задаче.** Модель должна полностью представлять все данные, отношения и зависимости задачи, подчёркивая их структуру.

**9.4. Изменение текста задачи, чтобы исследователь увидел, к какому решению это приведёт.**

**9.4.1. Изменение одного из данных.** Так, вначале был значительно изменён текст задачи, сделали его удобным к пониманию. Ученики убеждаются, что замена отношений *на 3 больше* отношениями *на 2, 4, 5, 6 больше* приводит к другим ответам задачи.

**9.4.2. Изменение зависимости между данными и искомым.**

– Что надо изменить в тексте задачи, чтобы одно из её арифметических действий было: а) умножением, б) делением?

**9.4.3. Изменение вопроса задачи так, чтобы уменьшить количество действий. Как изменить главный вопрос задачи, чтобы она решалась:** а) на одно действие; б) на два действия.

**9.4.4. Введение в текст задачи дополнительных данных** типа: Каждый из мальчиков отдал по одной тетради учительнице для контрольных работ. Как изменится решение задачи?

**10. Составление и решение задач, обратных данной.** К предложенной задаче можно составить ещё три обратных задачи.

**11. Использование свойств арифметических действий.** Например, как это было сделано для составления уравнения по нашей задаче.

**12. Пояснение способов решения с применением** граф-схем поиска решения задачи: а) от вопроса к данным; б) от данных к вопросу.

Для проверки эффективности предложенных инноваций были отобраны приблизительно одинаковые по успеваемости опытный и контрольный классы. Затем на основе входного тестирования из каждого классов были отобраны пары учеников с одинаковыми баллами. Из пар были составлены опытная и контрольная группы, результаты тестирования которых занесены в таблицу. Сравнение итоговых результатов опытной группы, в классе которой применялась инновационная технология, и контрольной группы, в которой задачи решались по традиционной методике, представлены в следующей таблице. В таблице под символами X и У $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ понимаются баллы и средние арифметические и отклонения от них; линейные – $X_i - \bar{X}$ и $(Y - \bar{Y})$ и квадратичные – $(X_i - \bar{X})^2$ и $(Y - \bar{Y}),^2$ полученные за итоговый тест в контрольной и опытной группах.

Таблица 1 – Сравнение итоговых результатов опытной группы

| $X_i$ | $Y_i$ | $X_i - \bar{X}$ | $Y - \bar{Y}$ | $(X - \bar{Y})^2$ | $(Y_i - \bar{Y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 8 | –0,2 | +0,9 | 0,04 | 0,81 |
| 5 | 6 | –1,2 | –1,1 | 1,44 | 1,21 |
| 7 | 7 | +0,8 | –0,1 | 0,64 | 0,01 |
| 7 | 8 | +0,8 | +0,9 | 0,64 | 0,81 |
| 6 | 7 | –0,2 | –0,1 | 0,04 | 0,01 |
| 6 | 8 | –0,2 | +0,9 | 0,04 | 0,81 |
| 4 | 7 | –2,2 | –0,1 | 3,24 | 0,01 |
| 6 | 8 | –0,2 | +0,9 | 0,04 | 0,81 |
| 6 | 5 | –0,2 | –2,1 | 0,04 | 4,41 |
| 8 | 8 | +1,8 | +0,9 | 3.24 | 0,81 |
| 6 | 6 | +0,2 | –1,1 | 0,04 | 1,21 |
| 6 | 6 | –0,2 | –1,1 | 0,04 | 1,21 |
| 6 | 6 | –0,2 | –1,1 | 0,04 | 1,21 |

Продолжение таблицы

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | –1,2 | –0,1 | 1,44 | 0,01 |
| 6 | 7 | –0,2 | –0,1 | 0,04 | 0,01 |
| 6 | 8 | –0,2 | +0,9 | 0,04 | 0,81 |
| 7 | 8 | +0,8 | +0,9 | 0,64 | 0,81 |
| 8 | 7 | +1,8 | –0,1 | 3,24 | 0,01 |
| 7 | 8 | +0,8 | +0,9 | 0,64 | 0,81 |
| 118:19 = = 6,2 | 135:19 = =7,1 | | | 15,56:18 = = 0,86 | 15,79:18 = = 0,88 |

Итоговые средние арифметические баллы Х = 6,2 – контрольной и опытной группы У = 7,1. Дисперсии соответственно равны: $\sigma^2 = 0{,}86$ и $\sigma^2 = 0{,}88$. Степеней свободы: 20 + 20–2 + 2 = 38.

Критическое значение для достоверности различия 99%, что составляет 2,75 Коэффициент Стьюдента.

$$t = \frac{\breve{y} - \breve{x}}{\sqrt{\frac{\sigma x^2}{n} + \frac{\sigma y^2}{n}}} = \frac{7{,}1 - 6{,}2}{\sqrt{\frac{0{,}86}{19} + \frac{0{,}88}{19}}}$$

≈ 3 больше табличного 2,75. Имеется существенное различие достоверностью 99%.

Исследование показало, что использование приёмов поиска и исследования решения задач с применением мониторинга решения позволяет не только повысить результативность поиска решения задач, но и провести сопоставление процесса и результатов исходной и преобразованной задачи и по их результатам – небольшое исследование [1], [2], [3], [5].

Поисково-исследовательская технология проходит период становления и требует своего развития и совершенствования по многим направлениям.

В дальнейшем ставится задача конструирования диагностических тестов для выявления пяти уровней подготовки к самостоятельному поиску и исследованию решения задач по программе математики каждого из младших школьников в зоне его ближайшего развития.

Предполагается также разработка серий разноуровневых задач с постепенно нарастающей трудностью для поиска и исследования их решения, в том числе с использованием планируемых для внедрения в учебный процесс начальной школы простейших ЭВМ в планшетном исполнении.

**Литература**

1. Загвязинский, В. И. Теория обучения: современная интерпретация / В.И. Загвязинский. – Москва: Академия. – 2001. – 198 с.

2. Тонких, А.П. Математика: учебное пособие для студентов факультетов подготовки учителей начальных классов: в 2-х кн. Кн. 1. / А.П. Тонких. – М: Книжный дом «Университет», 2002. – 530 с.

3. Качалко, В. Б. Поисково-исследовательская технология начального обучения математике / В.Б. Качалко. – Мозырь: УО МГПУ им. И.П. Шамякина, 2008. – 124 с.

4. Качалко, В.Б. Методы активного обучения математике в начальных классах / В.Б. Качалко. – Минск МГПИ им А. Горького, 1984. – 74 с.

5. Качалко, В.Б. Поисково-исследовательская технология обучения решению задач в прямой и косвенной форме / В.Б. Качалко. – Вестник МГПУ им. И.П. Шамякина. – 2009, № 3(44). – С. 48–53.